

MATHEMATIQUES APPLIQUÉES

Conception EDHEC BS

Session 2023

Présentation de l'épreuve

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme en donnant, comme d'habitude, une place importante aux probabilités (troisième exercice et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.

- Des questions d'informatique étaient proposées dans les trois exercices et le problème.
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet bien adapté au public concerné, mais ils constatent avec étonnement que trop de candidats butent sur des questions classiques qui ont pourtant été vues en cours de façon quasi certaine.

Description du sujet

L'exercice 1, portant sur les graphes et l'algèbre linéaire, étudiait la matrice laplacienne L d'un graphe non orienté, cette matrice étant élément de $\mathcal{M}_5(\mathbb{R})$ et définie comme différence de la matrice des degrés et de la matrice d'adjacence du graphe proposé.

Cet exercice basé sur des éléments du nouveau programme (graphes) a plu aux candidats même si tous n'ont pas tout réussi, notamment la dernière question qui a permis aux excellents candidats de se démarquer.

Globalement, c'est l'exercice qui semble avoir été le mieux réussi de l'avis de la majorité des correcteurs.

Points faibles relevés par les correcteurs : résolution défailante du système $LX = 0$, oubli de signaler qu'un vecteur propre ne doit pas être nul, division par un réel qui peut être nul.

L'exercice 2, portant sur l'analyse, s'intéressait aux fonctions f , dites K -lipschitziennes (avec $K \in]0, 1[$) ainsi qu'à une suite récurrente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ attachée à ces fonctions par l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$.

La dernière question proposait un exemple d'application.

Les premières questions très techniques et théoriques ont été globalement ratées, de nombreux candidats croyant que l'inégalité $|f(x) - f(y)| \leq K \times |x - y|$ qui définit une fonction K -lipschitzienne provenait forcément de l'inégalité des accroissements finis.

Il est à noter que la notion de série est très mal maîtrisée par un trop grand nombre de candidats qui croient par exemple, que si $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_{n+1} - u_n) = 0$, alors la série de terme général $u_{n+1} - u_n$ est convergente.

Cet exercice a permis de départager de façon tranchée les candidats. Il est le moins bien réussi de cette épreuve (avec la fin du problème).

Points faibles relevés par les correcteurs : confusion entre suite et série, travail trop léger sur la valeur absolue, dérivation défailante, définition de la continuité pas connue, distinction entre une fonction définie sur \mathbb{R} et une fonction continue sur \mathbb{R} pas vraiment établie.

L'exercice 3, portant sur l'algèbre et les probabilités, proposait dans un premier temps, d'étudier la diagonalisation d'une matrice carrée de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ puis son application au calcul de la probabilité qu'une matrice de même format, dont les coefficients étaient des variables aléatoires, soit diagonalisable.

Un script Python proposait d'approcher cette probabilité.

La différence entre une famille libre et une base n'est pas très nette chez tous les candidats, de même que certains d'entre eux pensent qu'une famille de deux vecteurs de $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ est nécessairement génératrice de $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$: ce sont des notions fines qui semblent dépasser pas mal de candidats. En revanche, le calcul matriciel n'a pas posé de problèmes.

Cet exercice a, dans l'ensemble, été correctement réussi, même si les correcteurs ont vu en nombre assez important des probabilités dépassant 1 !

Points faibles relevés par les correcteurs : développement de $(a-\lambda)^2$ pour résoudre $(a-\lambda)^2=0$, certains candidats écrivent « LE vecteur propre associé à la valeur propre a », probabilité strictement supérieure à 1.

Le problème, portant sur l'analyse et les probabilités, s'intéressait, dans la première partie, à une variable aléatoire X suivant la loi de Pareto à un paramètre, puis dans la deuxième partie on étudiait une caractérisation de la loi de Pareto. Enfin, la troisième partie proposait une simulation informatique de X avec Python.

Le problème a permis à presque tous les candidats de généreusement s'exprimer car un certain nombre de questions (première partie et troisième partie) étaient tout à fait accessibles, bien que, chez un certain nombre de candidats, les calculs des intégrales de Riemann aient posé de sérieuses difficultés.

La deuxième partie, très difficile a permis aux meilleurs, et à eux seuls, de se distinguer clairement du reste de la « troupe », notamment à cause d'un raisonnement probabiliste difficile à conduire et aussi par la présence d'équations différentielles à coefficients non constants.

Points faibles relevés par les correcteurs : définition pas rigoureuse des fonctions de répartition, positivité et continuité d'une densité bâclées, dérivation « sauvage » des fonctions de répartition en vue d'obtenir des densités.

Statistiques

- Pour l'ensemble des 3294 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,32 sur 20 (très légèrement supérieure à celle de l'année dernière), la médiane est égale à 9,7 et l'écart type vaut 5,47 (presque comme l'année dernière, et toujours très important, ce qui est signe d'un classement efficace des candidats).

- 39,5% des candidats, contre 39,3% l'année dernière, ont une note inférieure à 8 (dont 13,1% ont une note inférieure à 4 contre 16,9% l'année dernière).

- 24,3% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage très légèrement supérieur à celui de l'année dernière qui était égal à 22,3%)

- 19,6% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage un peu inférieur à celui de l'année dernière qui était égal à 20,3%)

Conclusion

Comme l'année dernière, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les notions courantes, les calculs classiques et les raisonnements simples sont maîtrisés par un grand nombre de candidats, mais dès que l'énoncé propose une réflexion plus fine ou présente une notion un peu théorique, il ne reste que peu de candidats pouvant se hisser à ce niveau : ceux qui ont pu le faire ont clairement fait la différence sur les autres candidats.

Sur la forme, les copies sont, dans l'ensemble, agréablement présentées et rédigées dans un souci de clarté et de transparence mais les correcteurs remarquent qu'il semble y avoir encore plus de candidats qui rendent des copies difficiles à lire, sur lesquelles certains « n'écrivent pas droit et pas sur les lignes » avec en plus, beaucoup de fautes d'orthographe et de grammaire. Certains correcteurs proposent de revenir à un malus pour les copies désagréables à lire, sales et peu respectueuses du correcteur.

Sur le fond, les copies sont majoritairement honnêtes mais il reste un assez grosse minorité de candidats adeptes du bluff : ils doivent savoir que l'absence d'argument ou le manque de précision rend la réponse irrecevable ! Une bonne réponse est une réponse construite rigoureusement.

Conseil aux futurs candidats : il faut prendre le temps de lire correctement chaque question et d'en comprendre les enjeux avant de se lancer dans une résolution aventureuse menant à une réponse incomplète, voire complètement hors-sujet.

Dans la pratique, il ne faut pas rester plus de 4 ou 5 minutes sur une question, sauf pour terminer un long calcul.