

Rapport sur l'épreuve de Mathématiques appliquées 2024

I Généralités

Le sujet reprenait la structure habituelle en se présentant sous la forme de trois exercices portant sur les trois thèmes au programme : analyse, algèbre linéaire et probabilités. Il brassait un grand nombre de notions et de méthodes, laissant ainsi à chaque candidat l'opportunité de se mettre en valeur sur une partie du sujet. Les premières questions de chaque exercice consistaient en des applications directes du cours, suivaient alors des questions moins formatées et demandant plus de réflexion, d'initiative ou de dextérité. Si le sujet était un peu long, certains candidats ont réussi à aborder quasiment toutes les questions.

Répartition des points

Les points se répartissent de manière équilibrée entre les trois exercices :

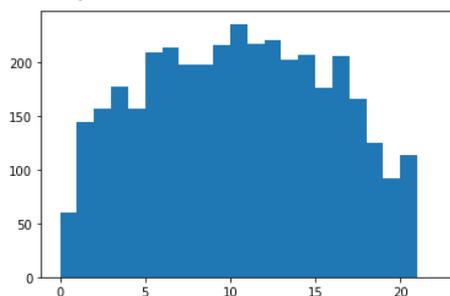
Exercice 1	33%
Exercice 2	29%
Exercice 3	34%
Présentation et rédaction	4%

Donnons quelques précisions concernant la prise en compte de la rédaction dans la notation. Nous tenons compte de la rédaction dans chaque question, ainsi nous sommes amenés à pénaliser des candidats qui ne vérifient pas les hypothèses d'un théorème, ou qui ne précisent pas les formules utilisées, ou qui n'énoncent pas clairement leurs conclusions. Par ailleurs, des points (les 4% du tableau) sont spécifiquement destinés à valoriser les copies dont la rédaction et la présentation satisfont les critères suivants :

- Rédaction : clarté des raisonnements, souci d'expliquer la démarche, qualité de la langue.
- Présentation : propreté de la copie, bonne numérotation des questions, mise en valeur des résultats (encadrés, soulignés ou surlignés), lisibilité, réalisation des tableaux à la règle.

Distribution des notes

Voici un histogramme représentant la répartition des notes :



- Nombre de copies : 3695
- Moyenne : 10,4
- Écart-type : 5,3
- Quartiles : 6 – 10,5 – 14,7

Remarques générales

Les correcteurs sont trop souvent confrontés à des copies sales, on attend un effort de présentation de la part des candidats : numéroter clairement les questions, encadrer les résultats, espacer les réponses, soigner les tableaux et les graphiques... Les candidats doivent aussi veiller à respecter les recommandations habituelles de rédaction (voir plus haut), notamment utiliser les notations officielles des lois de probabilité usuelles.

II Commentaires par exercice

Exercice 1

Un certain nombre de candidats n'ont pas traité la partie A portant sur les équations différentielles linéaires. La partie B était la plus abordable, mais les études de signe devaient être menées avec soin, en particulier celle de la question 5-a). La partie C demandait une bonne maîtrise des techniques propres à l'étude des suites implicites et des séries à termes positifs.

Partie A : Résolution d'un système différentiel

- (Q1) Certains candidats mènent des calculs, ou donnent les solutions, sans rédiger une seule phrase. En c) la mention « principe de superposition » est souvent absente.
- (Q2) En a) la preuve de A non diagonalisable a souvent été très mal faite. En b) les candidats doivent préciser qu'ils appliquent le théorème de Cauchy à un système différentiel linéaire à coefficients constants. En c) les candidats devaient trouver l'expression de $y(t)$ pour pouvoir l'injecter dans $x'(t) = -x(t) + y(t)$, la plupart d'entre eux ont simplement ignoré cette difficulté.
- (Q3) Question bien traitée dans l'ensemble.

Partie B : Étude d'une suite de fonctions

- (Q4) Le calcul des limites est généralement bien fait; par contre, les variations de f sont souvent fausses.
- (Q5) Peu de candidats ont réussi cette question, et peu de candidats osent dessiner une courbe.

Partie C : Étude d'une suite implicite

- (Q6) En a) les candidats ont rarement obtenu la totalité des points, soit parce que l'une des hypothèses du théorème de la bijection n'est pas vérifiée, soit parce que les variations de f sont fausses, soit parce que l'intervalle image n'est pas donné ou faux. Très peu pensent à éliminer le cas où x appartient à $] -\infty, -1]$. Un point de rédaction : la conclusion du théorème de la bijection est que f réalise une bijection entre deux intervalles I et J , on en déduit ensuite que l'équation $f(x) = a$ avec $a \in J$ admet une unique solution dans I . En b) quasiment tous les candidats ont trouvé u_1 .
- (Q7) Un certain nombre de candidats tentent de raisonner par récurrence au lieu de comparer les images!
- (Q8) Question globalement bien traitée.
- (Q9) Beaucoup de confusions : certains candidats affirment que la série harmonique $\sum \frac{1}{k}$ est convergente, d'autres que $\sum \frac{\ln k}{k}$ est une série de Riemann...

Exercice 2

La partie A consistait en l'étude d'un sous-espace vectoriel \mathcal{C} de $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$, elle était composée de questions classiques, elle a été assez bien traitée dans l'ensemble, même si beaucoup de candidats n'ont pas exploité le fait que (I_2, A) est une base de \mathcal{C} . La partie B, relativement technique, a été peu abordée. La partie C a été généralement bien traitée.

Partie A : Étude de A et de \mathcal{C}

- (Q1) Beaucoup de candidats calculent l'inverse de A sans utiliser l'identité $A^2 = -I_2$.
- (Q2) La plupart des candidats n'exploitent pas le polynôme annulateur obtenu à la question précédente.
- (Q4) En b) les candidats oublient souvent de montrer que $\mathcal{C} = \text{Vect}(I_2, A)$.
- (Q5) On trouve beaucoup de calculs matriciels, on attendait plutôt que le candidat exprime M et N comme combinaisons linéaires de A et I , suite logique de la question précédente.
- (Q6) Peu de candidats connaissent la formule d'inversion des matrices 2×2 .

Partie B : Toute équation du second degré admet une solution dans \mathcal{C}

- (Q7) En a) le calcul de $P(M)$ était souvent faux, certains ont oublié que $A^2 = -I_2$.
En b) les candidats ont trop rarement mentionné que la famille (I_2, A) est libre.
- (Q8) Très peu de candidats ont traité cette question.
- (Q9) Quasiment aucun candidat n'a traité cette question.

Partie C : Un endomorphisme bijectif de $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$

- (Q10) Question assez bien traitée. Cependant, des candidats confondent la démonstration permettant de montrer qu'une application est linéaire, avec celle permettant de montrer qu'un sous-ensemble est un sous-espace vectoriel.
- (Q11) Rares sont les candidats ayant donné l'inverse de φ .
- (Q12) Question généralement bien traitée.
En b) beaucoup de candidats ont affirmé que B était diagonale, ou la transposée de B diagonale.
En c) les candidats ont parfois oublié de donner les bases.

Exercice 3

Les parties A et B étaient relativement simples et bien guidées, elles ont été abordées par un grand nombre de candidats. En revanche, peu de candidats ont traité de manière satisfaisante la partie C.

Partie A : Simulation informatique

- (Q1) Les notations utilisées pour la loi uniforme sont parfois fausses!
- (Q2) Question généralement bien traitée.
- (Q3) Idem.
- (Q4) Les candidats mentionnent rarement l'espérance, et n'invoquent quasiment jamais la loi faible des grands nombres.

Partie B : Étude de T_2 dans le cas d'une urne contenant trois boules

- (Q6) En c) les candidats devaient mentionner la formule des probabilités totales en précisant le système complet d'évènements. Ils devaient aussi remarquer que $P((T_2 = k) \cap (X_1 = 1))$, $P((T_2 = k) \cap (X_1 = 2))$ et $P((T_2 = k) \cap (X_1 = 3))$ sont égales en raison de la symétrie de la situation.

- (Q7) La convergence absolue est rarement évoquée, on rencontre trop d'erreurs de calculs pour la série.
- (Q8) La variance de Z_2 est souvent fausse.

Partie C : Quelques résultats dans le cas général

- (Q9) En a), la phrase de justification de la loi géométrique n'est pas bien connue, il manque généralement un ou plusieurs mots clés.
En b) la référence à la loi certaine suivie par Z_1 n'est quasiment jamais écrite.
- (Q10) Les candidats devaient isoler le premier terme de la somme puis appliquer un télescopage. Recopier le résultat sans le justifier ne rapporte aucun point.
- (Q11) En a) certains candidats ne justifient pas leurs calculs, or on attend une mention de l'indépendance des variables aléatoires.
- (Q12) Question très peu traitée.
- (Q13) Question difficile et quasiment jamais traitée.