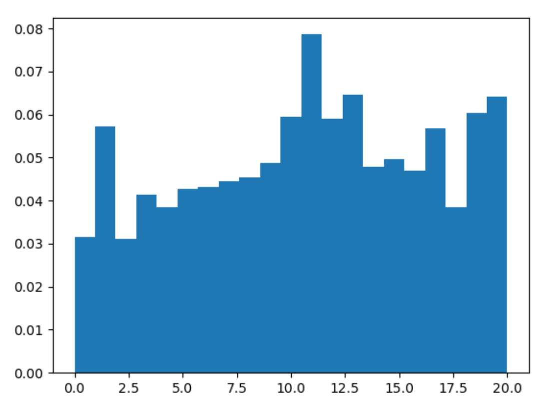
Rapport Maths Approfondies I

Le sujet

Le sujet a pour objet l'étude des matrices de Hadamard, définies en préambule. Dans une première partie, on fait l'hypothèse de l'existence d'une matrice de Hadamard de taille fixée. On établit un lien avec les matrices orthogonales et de permutation et on étudie des opérations matricielles qui conservent le caractère " de Hadamard ". La partie se termine sur l'écriture de deux fonctions en Python, l'une testant si une matrice est de Hadamard, l'autre cherchant à générer une matrice de Hadamard de taille fixée. Dans la seconde partie, on s'intéresse à une famille finie de variables aléatoires deux à deux indépendantes définies sur un univers fini. En utilisant des arguments de géométrie euclidienne, on parvient à montrer qu'il ne peut y avoir autant de variables aléatoires deux à deux indépendantes que le cardinal de l'univers. On détermine ensuite un majorant au nombre de variables aléatoires deux à deux indépendantes prenant strictement plus de deux valeurs. Enfin, on s'intéresse aux familles de variables aléatoires deux à deux indépendantes de cardinal maximal (i.e. celles de cardinal $n-1$ lorsque l'univers est de cardinal n). On trouve en particulier que toutes les variables de cette famille ne prennent que deux valeurs puis on établit un lien entre ces valeurs, le nombre de fois qu'elles sont atteintes et leur probabilité d'obtention. Dans la troisième et dernière partie, on étudie une norme de matrice notée F . On vérifie qu'elle admet un minimum et un maximum (atteints) sur l'ensemble des matrices orthogonales de taille fixée. On détermine les points de minimum et on caractérise l'existence d'une matrice de Hadamard de taille fixée par la valeur du maximum de la fonction F . Lorsqu'il n'existe pas de matrice de Hadamard de taille fixée, on affine la majorant du maximum de F .

Répartition des notes

mean	10.658224
std	5.614687
min	0.000000
25%	6.000000
50%	11.000000
75%	15.333333
max	20.000000



Barème

- Partie 1 : 37% , Partie 2 : 30% , Partie 3 : 33% .
- Informatique : 8%.
- Les questions rapportant le plus de points : 14, 4, 22f), 13, 28, 2, 9, 11, 25, 26, 30, 34, 22g) , 35c).
- Pour avoir 20, il fallait traiter correctement au moins 40% du sujet et pour avoir 16, 25%.

Remarques sur la correction

Sur cette épreuve qui demandait de la réflexion, de la ténacité, de la stratégie, de l'endurance et, bien entendu, une maitrise des nombreuses notions du programme, les correcteurs ont constaté que la plupart des candidats étaient bien préparés. Le mérite en revient aussi à leurs professeurs. Dans leur grande majorité, les candidats montrent de grandes qualités de logique et de présentation. Bien sûr, il y a une large diversité entre eux, les notes s'étalant de 0 à 20.
Les candidats les plus faibles ont montré d'importantes lacunes de cours et de grosses faiblesses en calcul.
A contrario, les meilleurs candidats étaient brillants dans leurs connaissances et dans leur finesse de raisonnement.
La plupart, voire la quasi-totalité, des questions ont été abordées (dernière question comprise).
La grande majorité des candidats semblent avoir compris la notion de matrice de Hadamard, même si beaucoup peinent à répondre aux questions posées.

Le jury aimerait insister sur certaines points :

- La formule des coefficients du produit de deux matrices doit être connue.
- Une confusion entre condition nécessaire et suffisante (puisque 4 divise 2^m alors il existe une matrice de Hadamard...)
- La question 16 a aussi perturbé les candidats et beaucoup n'ont pas compris qu'il fallait résoudre un système d'inconnues a_i et b_i.
- Les systèmes ont été particulièrement mal traités que ce soit dans Q16, Q22.b (pour ceux qui sont arrivés au système) ou Q34.

Conseils

- Apprenez bien votre cours et vos formules.
- Rendez une copie le plus propre possible. Entourez les résultats, soulignez les théorèmes utilisés.